

# GUÍA N°4: OPERACIONES ALGEBRAÍCAS Y FUNCIONES

## 8° EGB

### INSTRUCTIVO PARA EL ESTUDIANTE

En la siguiente guía enfrentarás diversas actividades que te ayudarán a recordar y ejercitar tus habilidades en el área de Matemática. Para eso debes seguir la estructura de la guía, que consta de las siguientes etapas:



**RECORDANDO CONTENIDOS:** Aquí encontrarás una presentación de los contenidos esenciales para resolver la guía, por lo que, cada vez que tengas dudas, puedes volver a visitar esta sección.



**COMPRENDIENDO LO ABORDADO:** Aquí encontrarás distintos tipos de ejercicios para desarrollar y comprender los contenidos que recordarás en la sección anterior.



**REFLEXIÓN Y ANÁLISIS DE LO APRENDIDO:** Aquí encontrarás ejercicios que te harán reflexionar sobre los contenidos trabajados en la guía, puesto que los puedes abordar con distintos métodos. Esto te permitirá profundizar tu aprendizaje.



**CÓMO SE UTILIZA LO APRENDIDO:** Aquí encontrarás ejercicios que te mostrarán cómo se aplican en la vida diaria los contenidos abordados.



**EVALUANDO LO APRENDIDO:** Aquí encontrarás ejercicios con los que podrás practicar lo aprendido, algunos presentan mayor complejidad, los que te ayudarán a apropiarte aún más de los contenidos.



Providencia

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

### CONTENIDO:

- Función lineal y afín
- Operaciones algebraicas
- Inecuaciones

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:

- **OA\_6:** Mostrar que comprenden las operaciones de expresiones algebraicas:
  - › Representándolas de manera pictórica y simbólica.
  - › Relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos.
  - › Determinando formas factorizadas.
- **OA\_7:** Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:
  - › Utilizando tablas y estableciendo reglas entre  $x$  e  $y$
  - › Representando de manera gráfica (diagramas de Venn)
- **OA\_9:** Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas y simbólicas.
- **OA\_10:** Mostrar que comprenden la función afín:
  - › Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.
  - › Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
  - › Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

### HABILIDAD: Explicar y fundamentar:

- Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
  - Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
- Seleccionar y ajustar modelos para resolver problemas asociados a inecuaciones, y al concepto de función lineal y función afín.



## 1. RECORDANDO CONTENIDOS

### A. OPERATORIA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS:

Una expresión algebraica es la suma de dos o más términos algebraicos y se clasifican dependiendo de la cantidad de términos algebraicos que posea:

- **Monomio:** Un término algebraico. Por ejemplo:  $2a^3b^4c^2$
- **Binomio:** Dos términos algebraicos. Por ejemplo:  $ab^2 - b$
- **Trinomio:** Tres términos algebraicos. Por ejemplo:  $2ab + x^2 - a^3$
- **Polinomio:** Cuando tiene tres o más términos algebraicos.  
Por ejemplo:  $xy^3 + 2ab + 4y - 3xb + b^5$

### Adición y sustracción de expresiones algebraicas:

Para realizar sumas y restas de expresiones algebraicas, primero debes saber cómo eliminar los paréntesis que estén involucrados en la expresión, para aquello debes seguir las siguientes reglas:

- Si aparece un signo “+” delante de un paréntesis (o ningún signo), se elimina el paréntesis y se conservan los signos de los términos que aparezcan dentro del paréntesis.
- Si aparece un signo “-” delante de un paréntesis, se elimina el paréntesis y se cambian cada uno los signos de los términos que aparezcan dentro del paréntesis, es decir si el término tiene un signo positivo se cambiará por negativo y viceversa.

**Situación de ejemplo:** Resuelve  $(xy^2 + 8x^2y) - (3xy + xy^2 - 2x^2y) + (xy^2 - 3x^2y)$

**Paso 1:** Elimina los paréntesis utilizando las reglas

$$(xy^2 + 8x^2y) - (3xy + xy^2 - 2x^2y) + (xy^2 - 3x^2y)$$

$$\underbrace{xy^2 + 8x^2y}_{\text{Mantuvieron}} - \underbrace{3xy - xy^2 + 2x^2y}_{\text{Cambiaron}} + \underbrace{xy^2 - 3x^2y}_{\text{Mantuvieron}}$$

Mantuvieron  
Signo

Cambiaron  
Signo

Mantuvieron  
Signo

**Paso 2:** Reduce términos semejantes

$$\boxed{xy^2} + 8x^2y - 3xy \boxed{-xy^2} + 2x^2y \boxed{+xy^2} - 3x^2y$$
$$xy^2 - 7x^2y - 3xy$$

**Paso 3:** Presenta tu resultado

$$(xy^2 + 8x^2y) - (3xy + xy^2 - 2x^2y) + (xy^2 - 3x^2y) = xy^2 - 7x^2y - 3xy$$

### Multiplicación de expresiones algebraicas:

Para comenzar veamos como se multiplican dos monomios:  $6xy^2 \cdot 2xy$ . Para realizar esta multiplicación se deben multiplicar primero sus partes numéricas y luego sus partes literales.


$$6xy^2 \cdot 2xy \rightarrow 6 \cdot 2 = 12$$
$$\rightarrow xy^2 \cdot xy, \text{ de donde } x \cdot x = x^2$$
$$y^2 \cdot y = y^3$$

$$\text{Así } 6xy^2 \cdot 2xy = 12x^2y^3$$

Como ya sabes existen distintos tipos de expresiones algebraicas según la cantidad de términos que posean. En el ejemplo se realizará una multiplicación de binomio por binomio, pero es la misma idea al multiplicar monomio por binomio, binomio por trinomio y las demás combinaciones.


**Situación de ejemplo:** Resuelve  $(3x + 8y) \cdot (3xy - y)$

**Paso 1:** Multiplicar el primer término del primer binomio por cada término del segundo


$$(3x + 8y) \cdot (3xy - y)$$

$$3x \cdot 3xy = 9x^2y \quad // \quad 3x \cdot -y = -3xy$$

**Paso 2:** Multiplicar el segundo término por los términos del segundo binomio.


$$(3x + 8y) \cdot (3xy - y)$$

$$8y \cdot 3xy = 24xy^2 // 8y \cdot -y = -8y^2$$

**Paso 3:** Suma todos los términos obtenidos

$$9x^2y - 3xy + 24xy^2 - 8y^2$$

**Paso 4:** Presenta el resultado

$$(3x + 8y) \cdot (3xy - y) = 9x^2y - 3xy + 24xy^2 - 8y^2$$

I) Resuelve:

a.  $(3ab + 2a^2) - (5x + abx - 5ab)$

b.  $5a \cdot (3ab - a)$

## B. INECUACIONES:

Una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas de una o varias incógnitas y se expresa con los signos  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$  y  $\leq$  donde los dos primeros símbolos representan desigualdades estrictas y los últimos símbolos indican desigualdades en las que puede ocurrir la igualdad.

El método de resolución es muy similar al que se emplea en las ecuaciones, no olvidar que toda operación que se realice debe hacerse en ambos lados de la desigualdad.

**Situación de ejemplo:** Resuelve la siguiente inecuación  $\frac{x}{6} + 8 < \frac{x}{3} + 5$

**Paso 1:** Agrupar las  $x$  y dejarlas a un lado de la inecuación, siguiendo la misma lógica que con las ecuaciones.

$$\frac{x}{6} - \frac{x}{3} < 5 - 8$$

$$\frac{x - 2x}{6} < -3$$

$$\frac{-x}{6} < -3$$

**Paso 2:** Despejar la  $x$ , dejándola totalmente aislada

$$-x < -18$$



$$\begin{array}{l} -x < -18 \quad / \cdot -1 \\ x > 18 \end{array}$$

! Necesitamos dejar la  $x$  positiva, para ello multiplicaremos por  $-1$  lo que provocará que el símbolo cambie!

**Paso 3:** Interpretar y presentar la solución

La solución a la inecuación es  $x > 18$ , es decir, los números que sean estrictamente mayores que el número 18

II) Realiza la siguiente inecuación:

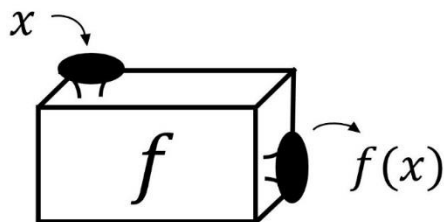
a.  $15 + 5x < 3x + 2$

### C. FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN:

#### Concepto de función

Una función  $f(x)$  es una relación entre dos cantidades variables y asocia cada elemento de un conjunto A con solo un elemento de un conjunto B.

Podemos pensar las funciones como una máquina, en la que entra una variable  $x$  (variable independiente), luego pasa por una máquina (función) que la modifica y arroja la variable dependiente:



Así la relación que existe entre  $x$  y  $f(x)$  viene dada por la regla que sea la función

**Situación de ejemplo:** Sea  $f(x) = 2x$

Tenemos la función  $f(x) = 2x$ , es decir  $f$  asocia cada número con su doble, por ejemplo, si entra el número 3 a la máquina, pasaría por  $f(3) = 2 \cdot 3$  y devolvería el número 6. Podemos realizar una tabla con algunos de los valores que entrega esta función.

$x$	$y$
0	$2 \cdot 0 = 0$
1	$2 \cdot 1 = 2$
5	$2 \cdot 5 = 10$
-2	$2 \cdot -2 = -4$
-1	$2 \cdot -1 = -2$
4	
-4	

III) Completa la tabla con los valores de  $x$  asignados

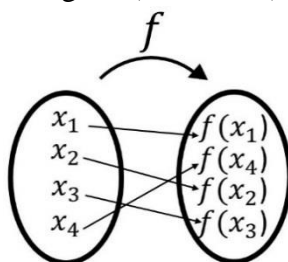
A la columna de la derecha podemos llamarla “ $y$ ” o “ $f(x)$ ”, esto debido a que una función se puede representar por pares de números ordenados  $(x, f(x))$ , similar a la nomenclatura utilizada para los puntos en el plano cartesiano  $(x, y)$

## Elementos de una función

Una función  $f(x)$ , posee varios elementos importantes, ya hemos mencionado la variable independiente ( $x$ ) y dependiente ( $f(x)$ ). Otros elementos son:

- El dominio, denotado como  $Dom f$ , es el conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente.
- El recorrido, denotado como  $Rec f$ , que es el conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente. El recorrido es también llamado “imagen de  $f$ ”.

Una forma de representar las funciones por medio de estos elementos es mediante un diagrama de Venn, en el que vemos la función por medio de dos óvalos que representan los conjuntos de partida (**dominio**) y de llegada (**recorrido**)



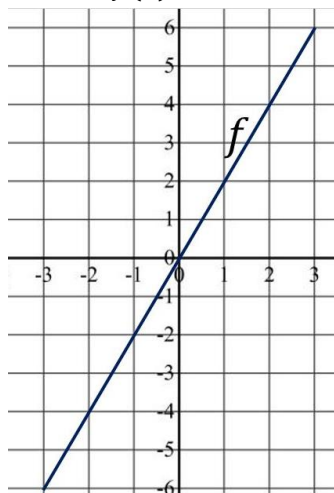
## Función lineal y afín

Las funciones lineal y afín son relaciones que se grafican por medio de una recta. Se diferencian en:

- La forma de una **función lineal** es  $f(x) = mx$  con  $m \neq 0$ , en la cual  $m$  corresponde a la pendiente de la función (inclinación al graficarla).
- La forma de una **función afín** es  $f(x) = mx + n$  con  $m, n \neq 0$ , donde  $m$  corresponde a la pendiente y  $n$  al coeficiente de posición, es decir, el corte que tiene la función con el eje Y.

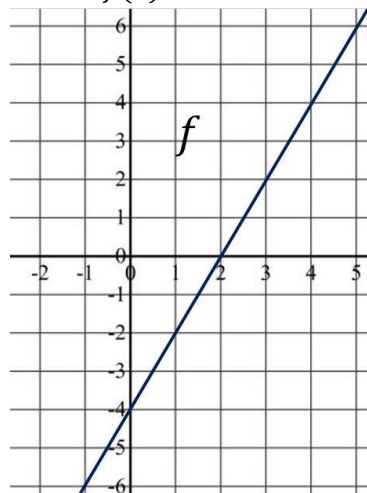
### Función Lineal

$$f(x) = 2x$$



### Función Afín

$$f(x) = 2x - 4$$







## 2. COMPRENDIENDO LO ABORDADO

I) Resuelve las siguientes operaciones de expresiones algebraicas:

a.  $(2xy + 3x - 5) - (xy + 6y) + (5x - 2y + 2)$

b.  $(2x + 3y) \cdot (x - xy)$

II) Resuelve las siguientes inecuaciones:

a.  $3x + 2 \leq 2x - 5$

b.  $5x - \frac{1}{3} > 3x + \frac{5}{3}$

III) Considera la función  $f(x) = \frac{1}{2}x$  con ello completa la siguiente tabla.

$x$	$y$
0	
-1	
$\frac{1}{2}$	
4	
	1



### 3. REFLEXIÓN Y ANÁLISIS DE LO APRENDIDO

D) a. Considera las siguientes funciones:  $f(x) = 5x$  ;  $g(x) = -4x$  ;  $h(x) = \frac{1}{3}x$  y evalúalas para los siguientes valores de  $x$ :  $-1, -\frac{1}{2}, 0, 2,$

b. ¿Qué tienen en común las funciones anteriormente descritas?, ¿hay algún punto  $(x, y)$  que sea parte de todas ellas?

---

---

---

II) a. José vende paletas de chocolate y para obtener ganancias al ir esta semana al supermercado debe gastar a lo más \$10.000. Si cada kilo de chocolate cuesta \$2.000, ¿cuántos kilos de chocolate puede comprar José?

b. Siguiendo el mismo problema de José. Piensa en el conjunto de  $x$  que es solución del problema, ¿José puede comprar cualquiera de esos valores en kilos de chocolate? ¿José puede comprar menos de 0k de chocolate?

---

---

---



#### 4. CÓMO SE UTILIZA LO APRENDIDO

I) Una plaza tiene forma rectangular y su largo es igual al doble del ancho aumentado en 5. Calcula el área y el perímetro de la plaza

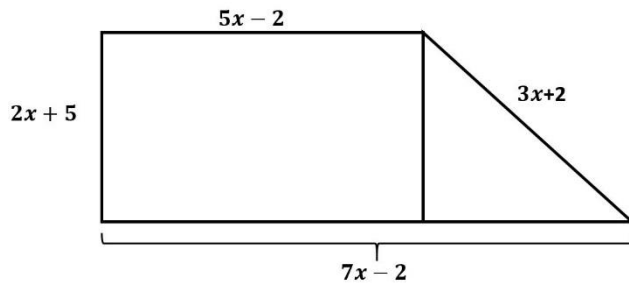
II) Un curso está realizando una obra de teatro para reunir fondos, para ello consiguieron el auditorio del colegio. El auditorio dispone de 300 asientos y se venderán las entradas a \$2.000. Los ingresos deben ser \$ 250.000 como mínimo. ¿Cuántas entradas deberán vender como mínimo?. Escribe, resuelve e interpreta la inecuación correspondiente.

III) Unos biólogos han descubierto que el número de chirridos que realiza una cierta especie de grillos por minuto está relacionado con la temperatura. A 68°F, los chirridos de los grillos son casi 132 por minuto, mientras que a 80°F son alrededor de 156 por minuto. ¿Cuál es la función que relaciona la temperatura Fahrenheit  $x$  en función del número de chirrido por minuto  $f(x)$ ? ¿Cuántos chirridos hará uno de estos grillos a 50°F?



## 5. EVALUANDO LO APRENDIDO

I) Calcula el área y perímetro de la siguiente figura



II) ¿Qué números naturales cumplen que su triple disminuido en cuatro es menor a 20?

III) Completa la siguiente tabla

Función	Pendiente ¿positiva o negativa?	Función ¿lineal o afín ?	$Dom f$
$f(x) = 3x + 5$			
$f(x) = -\frac{5}{2}x$			